

Zadania z Rzeczywistej Struktury Materiałów (2)

1. Znajdź kosinusy kierunkowe a_{ij} (czyli macierz obrotu) wiążące orientację układu (x',y',z') z układem (x,y,z) . Nowy układ otrzymano ze starego przez obrót wokół osi z o 30° zgodnie z regułą śruby prawoskrętnej.
2. Jakie ogólne związki zachodzą pomiędzy kosinusami kierunkowymi a_{ij} ? Ile jest niezależnych parametrów opisujących orientację jednego układu współrzędnych względem drugiego?
3. Wyprowadzić macierz obrotu $g=[a_{ij}]$ charakteryzującą orientację sieci krystalicznej ziarna względem układu próbki, jeśli orientację tą opisano trzema kątami Eulera ($\varphi_1, \phi, \varphi_2$). Przypomnijmy, że kąty te podają trzy kolejne obroty układu próbki, które doprowadzają go do pokrycia się z układem sieci krystalitu (pierwszy obrót o kąt φ_1 wokół osi z , drugi obrót o kąt ϕ wokół osi x' , trzeci obrót o kąt φ_2 wokół osi z''). Obroty wokół odpowiednich osi odbywają się zgodnie z regułą śruby prawoskrętnej, zaś kąty Eulera mają wartości z zakresu: $0 \leq \varphi_1 \leq 2\pi$, $0 \leq \phi \leq \pi$, $0 \leq \varphi_2 \leq 2\pi$.

Odpowiedź:

$$g = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \Phi & \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \Phi & \sin \varphi_2 \sin \Phi \\ -\cos \varphi_1 \sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \Phi & -\sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \Phi & \cos \varphi_2 \sin \Phi \\ \sin \varphi_1 \sin \Phi & -\cos \varphi_1 \sin \Phi & \cos \Phi \end{bmatrix}$$

4. Orientację krystalitu o strukturze regularnej względem układu próbki opisują wskaźniki Millera: $(hkl)[uvw]$. Znajdź macierz kosinusów kierunkowych $[a_{ij}]$, czyli macierz obrotu. Pamiętaj, że w wyrazach a_{ij} pierwszy wskaźnik dotyczy układu krystalitu a drugi - układu próbki. Ponadto, przypomnijmy definicję orientacji poprzez wskaźniki Millera: płaszczyzna (hkl) krystalitu jest równoległa do płaszczyzny xy układu próbki, kierunek $[uvw]$ krystalitu jest równoległy do kierunku x układu próbki.
5. Przedyskutować problem ilości niezależnych parametrów opisujących jednoznacznie orientację jednego układu odniesienia względem drugiego dla następujących opisów: a) kąty Eulera: $\varphi_1, \phi, \varphi_2$, b) wskaźniki krystalograficzne: $(hkl)[uvw]$, c) kosinusy kierunkowe (macierz obrotu): a_{ij} , d) oś i kąt obrotu: (\mathbf{r}, ω) .